



Momento

El momento de torsión alrededor de un eje, debido a una fuerza, es la medida de la efectividad de la fuerza para que ésta produzca una rotación alrededor de un eje. La fórmula que define a la torsión es:

$$\tau = F d$$

Para
formulario

En donde:

τ = Momento (letra griega "tau") (N · m)
F = Fuerza (Newton)
d = distancia perpendicular (m)

Para
formulario

Nota.- es importante resaltar que la distancia debe ser perpendicular al eje en el que se aplica la fuerza.



...momento

Las condiciones para que un cuerpo permanezca en equilibrio son:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum \tau = 0 \quad \curvearrowright \quad \curvearrowleft$$

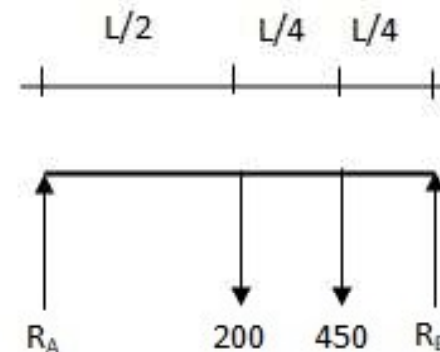
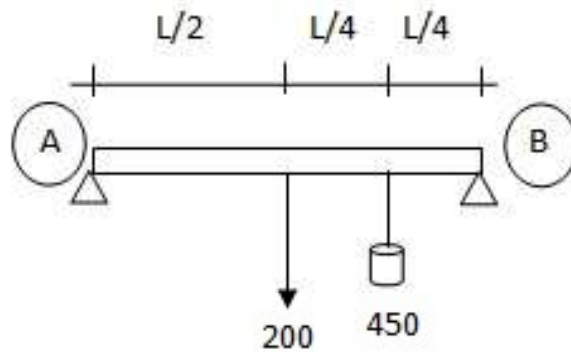
Es importante establecer cuál será el sentido del giro que consideraremos positivo, el sentido se establece de forma arbitraria y se mantienen estas premisas durante todo el análisis. Por lo general se considera que el giro en sentido de las manecillas del reloj es positivo y el sentido contrario a las manecillas del reloj es negativo, para este curso así lo plantearemos.

Centro de gravedad de un objeto es el punto en el cual se puede considerar que está concentrado todo su peso, es decir, la línea de acción del peso pasa por el centro de gravedad



Ejercicio 1

Una viga metálica uniforme de longitud L pesa 200 N . Calcule la magnitud de las fuerzas que ejercen sobre la viga las columnas de apoyo colocadas en los extremos.



No existen fuerzas en X , por lo que no sacaremos ΣF_x

Veamos el momento que cada fuerza produce en el punto A:

1) La reacción R_A :

$$\tau = R_A(0)$$

Se multiplica por cero porque al ser el punto de apoyo A, y la reacción pasar por A, la distancia perpendicular es cero



...ejercicio 1

- 2) El peso propio de 200 N (que se ubica a la mitad de la barra, que es donde se encuentra su centro de gravedad), considerando que el giro positivo se considera en el sentido de las manecillas del reloj \curvearrowright :

$$\tau = +200 \left(\frac{L}{2} \right) = 100L$$

- 3) El peso de 450 N, considerando que el giro positivo se considera en el sentido de las manecillas del reloj \curvearrowright :

$$\tau = +450 \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{4} \right)$$

$$\tau = +450 \left(\frac{3L}{4} \right) = 337.5 L$$

- 4) La reacción R_B , considerando que el giro positivo se considera en el sentido de las manecillas del reloj \curvearrowright :

$$\tau = -R_B(L)$$



...ejercicio 1

Sacando la suma de momentos en el punto A igual con cero:

$$\sum \tau_A = R_A(0) + 100L + 337.5L - R_B(L) = 0$$

$$437.5L - R_B(L) = 0$$

$$R_B(L) = 437.5L$$

$$R_B = \frac{437.5L}{L} = 437.5 \text{ N} \checkmark$$

Obteniendo la suma de fuerzas en Y igual con cero:

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = R_A - 200 - 450 + R_B = 0$$

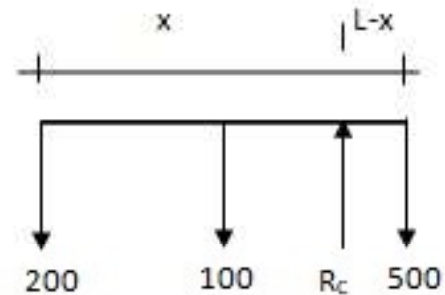
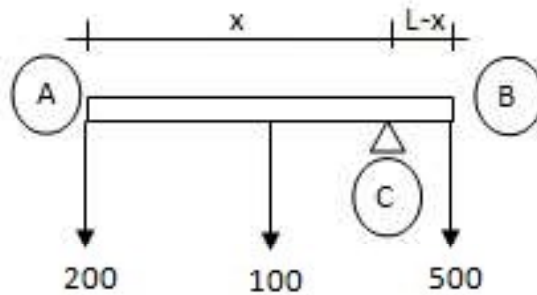
$$\sum F_y = R_A - 200 - 450 + 437.5 = 0$$

$$R_A = 212.5 \text{ N} \checkmark$$



Ejercicio 2

Un tubo uniforme de 100 N se utiliza como palanca. ¿Dónde se debe colocar el fulcro (punto de apoyo) si un peso de 500 N colocado en un extremo se debe balancear con uno de 200 N colocado en el otro extremo? ¿Cuál es la fuerza de reacción que ejerce el punto de apoyo en el tubo?



No existen fuerzas en X, por lo que no sacaremos ΣF_x

Obteniendo la suma de fuerzas en Y igual con cero:

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = R_c - 200 - 100 - 500 = 0$$

$$R_c = 800 \text{ N} \checkmark$$



...ejercicio 2

Sacando la suma de momentos en el punto A igual con cero, considerando que el giro positivo se considera en el sentido de las manecillas del reloj \curvearrowright + :

$$\sum \tau_A = 200(0) + 100\left(\frac{L}{2}\right) - R_C(x) + 500(L) = 0$$

$$50 L - 800(x) + 500 L = 0$$

$$-800(x) = -550 L$$

$$-800(x) = -550 L$$

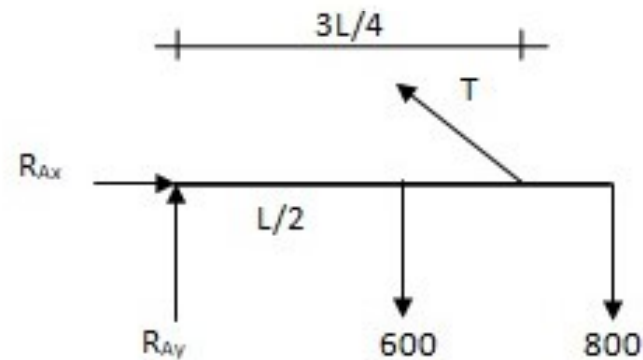
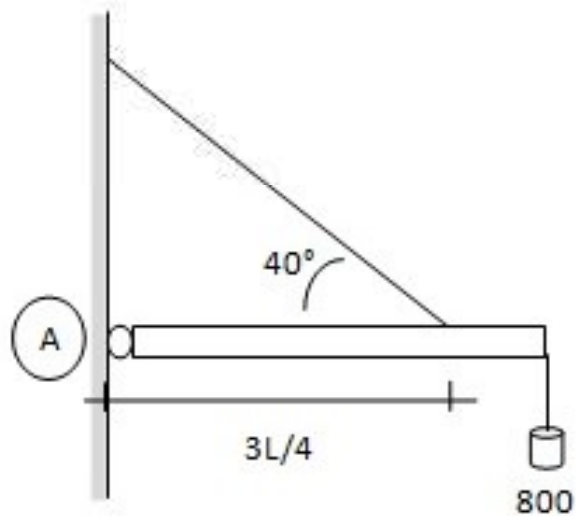
$$x = \frac{-550 L}{-800}$$

$$x = 0.6875 L \checkmark$$



Ejercicio 3

La viga uniforme de 600 N está sujeta a un gozne en el punto A. Calcule la tensión de la cuerda y las componentes de la fuerza de reacción que ejerce el gozne sobre la viga.





...ejercicio 3

Sacando la suma de momentos en el punto A igual con cero, considerando que el giro positivo se considera en el sentido de las manecillas del reloj \curvearrowright :

$$\sum \tau_A = R_{Ax}(0) + R_{Ay}(0) + 600 \left(\frac{L}{2} \right) + T_x(0) - T_y \left(\frac{3L}{4} \right) + 800(L) = 0$$

$$300 L - T_y \left(\frac{3L}{4} \right) + 800 L = 0$$

$$-T_y \left(\frac{3L}{4} \right) = -1100 L$$

$$T_y = \frac{-1100 L}{-3L/4}$$

$$T_y = 1466.6667 N \quad \checkmark$$



...ejercicio 3

Obtenemos la Tensión T:

$$T_x = T \cos 40$$

$$T_y = T \operatorname{sen} 40$$

$$1466.6667 = T \operatorname{sen} 40$$

$$T = \frac{1466.6667}{\operatorname{sen} 40}$$

$$T = 2281.7283 \text{ N} \quad \checkmark$$

Obteniendo la suma de fuerzas en Y igual con cero:

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = R_{Ay} - 600 - 800 + T_y = 0$$



...ejercicio 3

$$R_{Ay} = 1400 - 1466.6667$$

$$R_{Ay} = -66.6667 \quad \checkmark$$

Obteniendo la suma de fuerzas en X igual con cero:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = R_{Ax} - T \cos 40 = 0$$

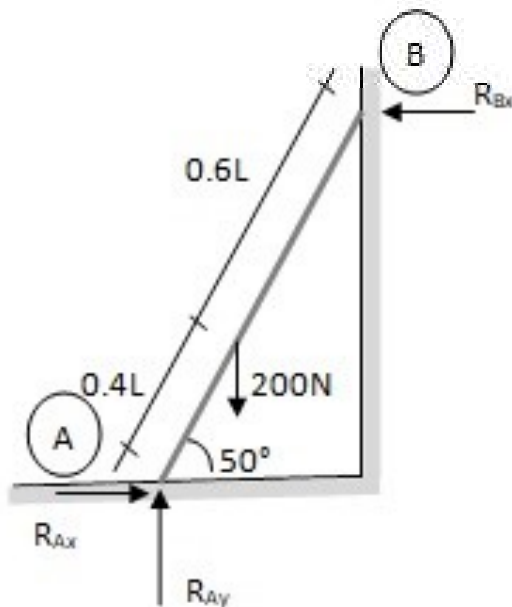
$$\sum F_x = R_{Ax} - 2281.7283 (\cos 40) = 0$$

$$R_{Ax} = 1747.9053 \quad \checkmark$$



Ejercicio 4

Una escalera se recarga contra una pared lisa, como se muestra en la figura (por pared lisa se debe entender que la pared sólo ejerce sobre la escalera una fuerza que es perpendicular a la pared. No existe fuerza de fricción.) La escalera pesa 200 N y su centro de gravedad está a $0.40 L$ desde el pie y a lo largo de la escalera, L es la longitud de la escalera. a) ¿Cuál debe ser la magnitud de la fuerza de fricción al pie de la escalera para que esta no resbale?, b) ¿Cuál es el coeficiente de fricción estática?



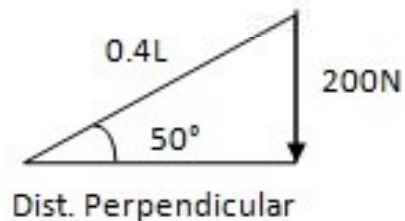


...ejercicio 4

Sacando la suma de momentos en el punto A igual con cero, considerando que el giro positivo se considera en el sentido de las manecillas del reloj \curvearrowright + :

$$\sum \tau_A = R_{Ax}(0) + R_{Ay}(0) + 200(0.2571 L) - R_{Bx}(0.76600) = 0$$

Para encontrar la distancia perpendicular en el caso de la fuerza de 200 N:



$$\cos 50 = \frac{\text{dist perpendicular}}{0.4 L}$$

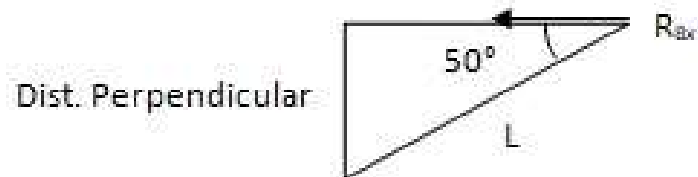
$$\text{dist perpendicular} = (\cos 50)(0.4L)$$

$$\text{dist perpendicular} = 0.2571 L$$



...ejercicio 4

Para encontrar la distancia perpendicular en el caso de la R_{Bx} :



$$\text{sen } 50 = \frac{\text{dist perpendicular}}{L}$$

$$\text{dist perpendicular} = (\text{sen } 50)(L)$$

$$\text{dist perpendicular} = 0.7660 L$$

Continuando con la suma de momentos en A:

$$\sum \tau_A = R_{Ax}(0) + R_{Ay}(0) + 200(0.2571 L) - R_{Bx}(0.7660 L) = 0$$

$$51.4230 L - R_{Bx}(0.7660)L = 0$$



...ejercicio 4

$$R_{Bx} = \frac{-51.4230 L}{-(0.7660)L}$$

$$R_{Bx} = 67.1319$$

Obteniendo la suma de fuerzas en X igual con cero:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = R_{Ax} - R_{Bx} = 0$$

$$\sum F_x = R_{Ax} - 67.1319 = 0$$

$$R_{Ax} = 67.1319 N$$





...ejercicio 4

Esta fuerza es la fricción al pie de la escalera:

$$f = 67.1319 \text{ N} \checkmark$$

Obteniendo la suma de fuerzas en Y igual con cero:

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = R_{Ay} - 200 = 0$$

$$R_{Ay} = 200 \text{ N}$$



...ejercicio 4

La normal es la misma reacción en A (R_{AY}):

$$N = 200 \text{ N}$$

Para calcular el coeficiente de fricción:

$$f = \mu N$$

$$67.1319 = \mu(200)$$

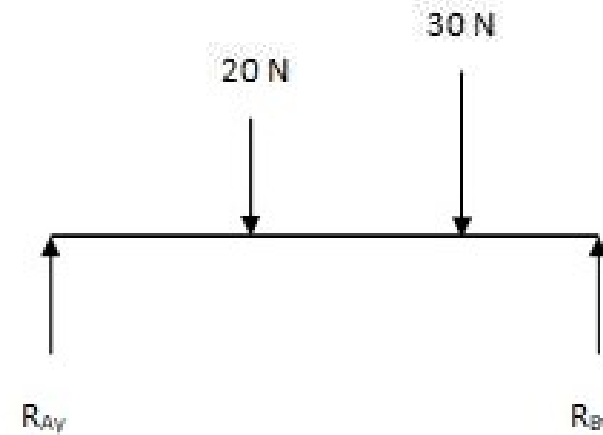
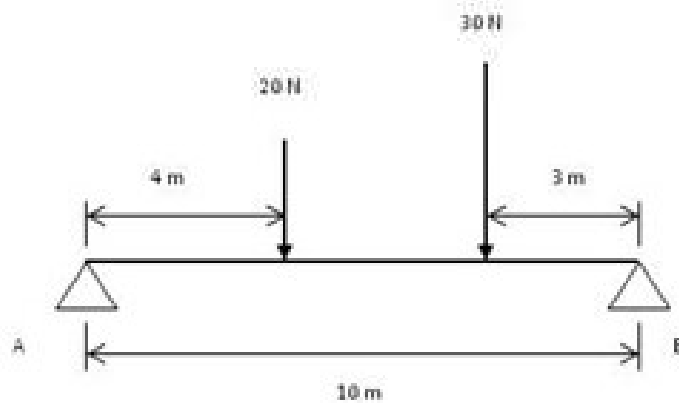
$$\mu = \frac{67.1319}{200}$$

$$\mu = 0.3357 \checkmark$$



Ejercicio 5

Para la siguiente viga, calcular las reacciones en A y B considerando que el sistema se encuentra en equilibrio.





...ejercicio 5

Sacando la suma de momentos en el punto A igual con cero, considerando que el giro positivo se considera en el sentido de las manecillas del reloj \curvearrowright :

$$\sum \tau_A = R_{Ay}(0) + 20(4) + 30(10 - 3) - R_{By}(10) = 0$$

$$80 + 210 - 10R_{By} = 0$$

$$-10R_{By} = -290$$

$$R_{By} = \frac{-290}{-10}$$

$$R_{By} = 29 \text{ N} \checkmark$$



...ejercicio 5

Obteniendo la suma de fuerzas en Y igual con cero:

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = R_{Ay} - 20 - 30 + R_{By} = 0$$

$$\sum F_y = R_{Ay} - 20 - 30 + 29 = 0$$

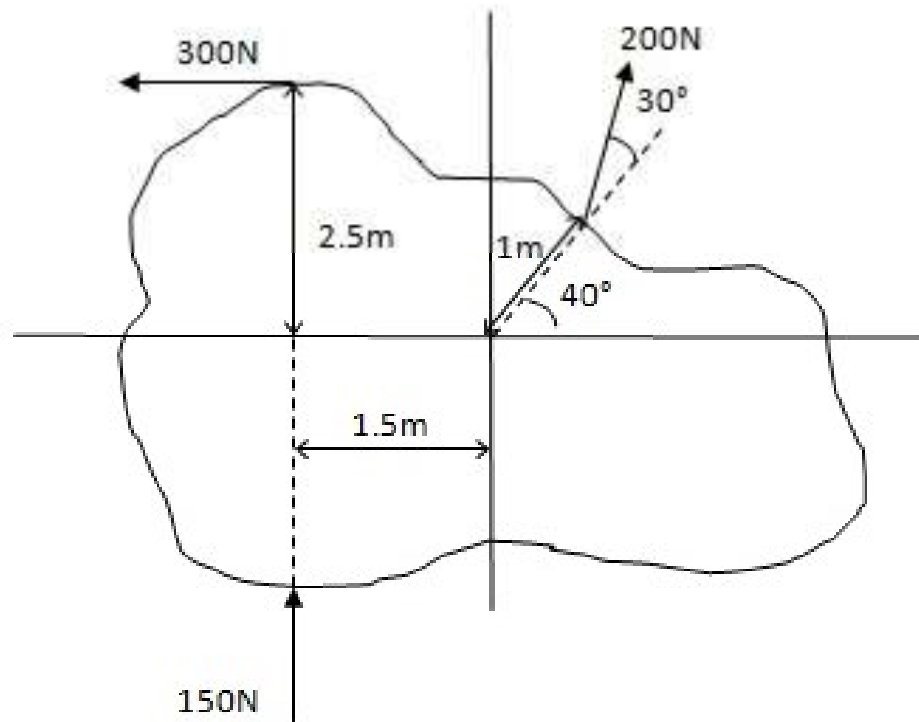
$$R_{Ay} - 21 = 0$$

$$R_{Ay} = 21 \text{ N} \checkmark$$



Ejercicio 6

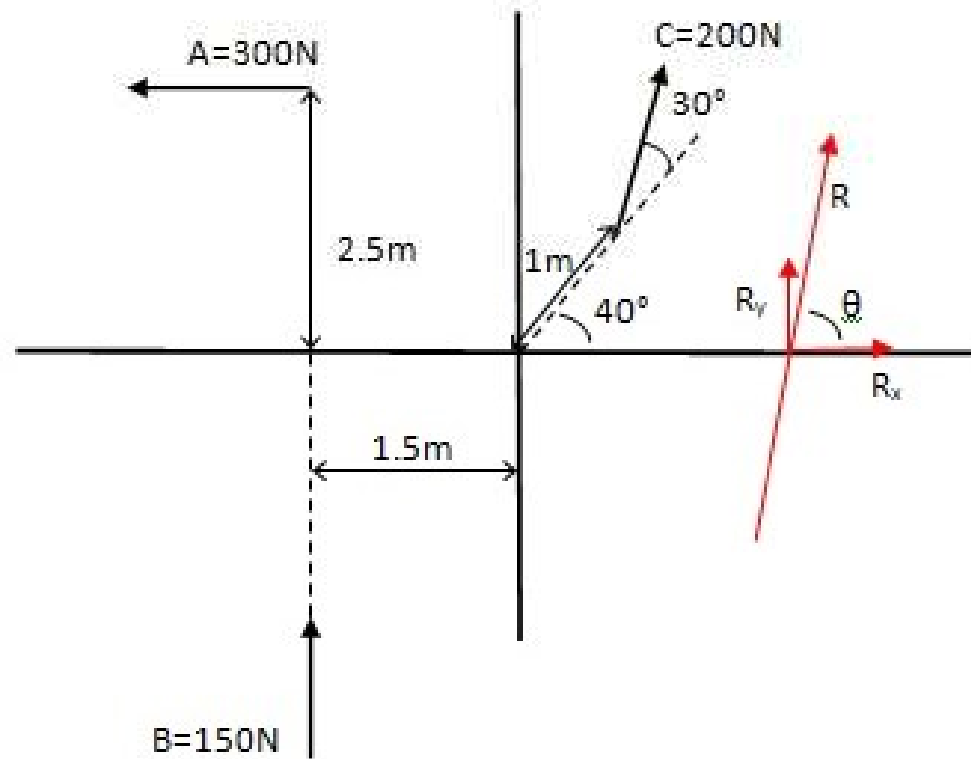
Un cuerpo se encuentra bajo la acción de las fuerzas que se muestran en la figura siguiente ¿Qué fuerza única, aplicada en un punto a lo largo del eje x, equilibrará estas fuerzas? (Encuentre primero las componentes y después calcule la fuerza). ¿En qué punto del eje x se debe aplicar la fuerza?





...ejercicio 6

El diagrama de cuerpo libre de este ejercicio es:

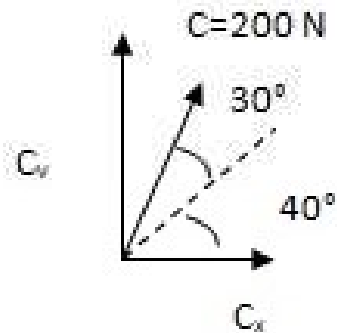




...ejercicio 6

Obteniendo las componentes de la resultante a partir de las sumas de fuerzas en X y en Y:

Antes de iniciar, descomponemos la fuerza C de 200N



$$C_x = 200[\cos(40 + 30)]$$

$$C_x = 68.4040$$

$$C_y = 200[\sin(40 + 30)]$$

$$C_y = 187.9385$$



...ejercicio 6

Obteniendo la suma de fuerzas en X igual con cero:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = -300 + 68.4040 + R_x = 0$$

$$R_x = 231.5960 \text{ N}$$

Obteniendo la suma de fuerzas en Y igual con cero:

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = R_y + 150 + 187.9385 = 0$$

$$R_y = -337.9385$$



...ejercicio 6

Obtenemos el valor de la Resultante:

$$R = \sqrt{(231.5960)^2 + (-337.9385)^2}$$

$$R = 409.6818 \text{ N}$$



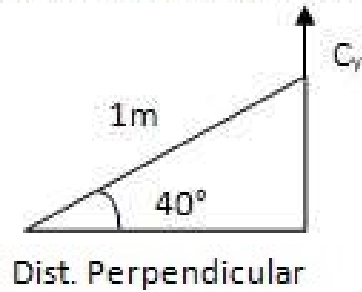
Sacando la suma de momentos en el origen igual con cero, considerando que el giro positivo se considera en el sentido de las manecillas del reloj \curvearrowright + :

$$\sum \tau_O = -300(2.5) + 150(1.5) + 68.4040(0.6428) - 187.9385(0.7660) + R_x(0) - R_y(x) = 0$$



...ejercicio 6

Para obtener las distancias perpendiculares de las componentes de C:



$$\cos 40 = \frac{\text{dist perpendicular}}{1}$$

$$\text{dist perpendicular} = (\cos 40)(1)$$

$$\text{dist perpendicular} = 0.7660$$



...ejercicio 6

Para encontrar la distancia perpendicular en el caso de la R_{Bx} :



$$\text{sen } 40 = \frac{\text{dist perpendicular}}{1}$$

$$\text{dist perpendicular} = (\text{sen } 40)(1)$$

$$\text{dist perpendicular} = 0.6428$$



...ejercicio 6

Continuando con la suma de momentos en el origen:

$$\sum \tau_o = -300(2.5) + 150(1.5) + 68.4040(0.6428) - 187.9385(0.7660) + R_x(0) - R_y(x) = 0$$

$$-750 + 225 + 43.9701 - 143.9609 - (-337.9385)(x) = 0$$

$$-624.9908 + 337.9385(x) = 0$$

$$x = \frac{624.9908}{337.9385}$$

$$x = 1.8494 \text{ m}$$

