Vectores y escalares

Recordemos, a un par de líneas perpendiculares entre sí se les llama ejes. Estas líneas imaginarias suelen ser una horizontal y otra vertical, pero pueden estar orientadas en otras direcciones siempre que sean perpendiculares entre sí.

En general a la línea horizontal imaginaria se le llama eje x y a la línea vertical imaginaria se le llama eje y.

El punto donde se interceptan ambos ejes se denomina origen y se representa con la letra *O*

La parte positiva del eje x se encuentra del origen hacia la derecha mientras que la parte positiva del eje y se encuentra del origen hacia arriba.

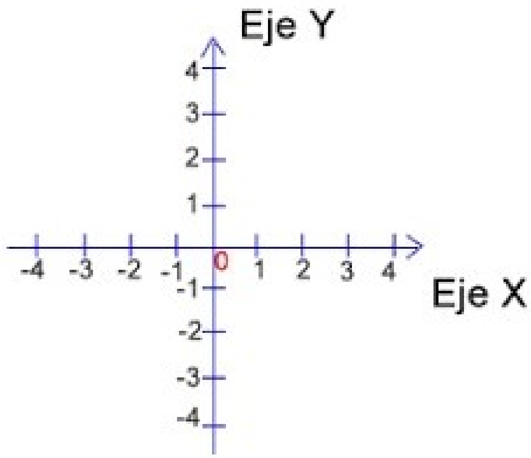


Foto tomada de portaleducativo.net

…vectores y escalares.

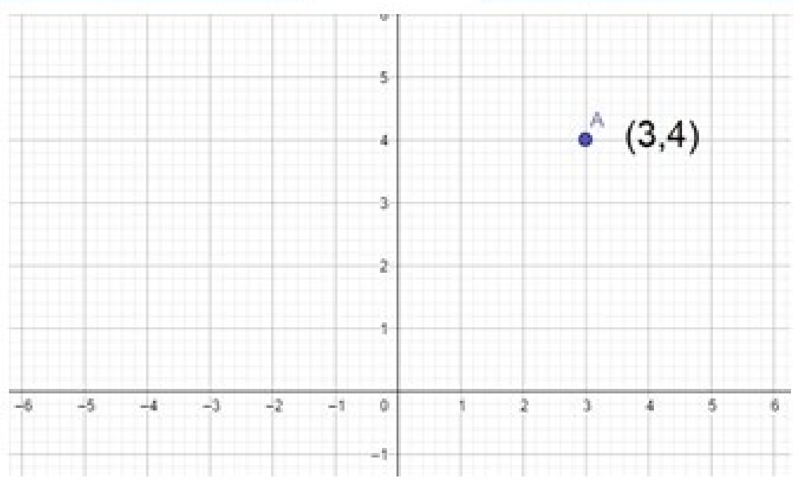
Las coordenadas son los pares ordenados de números (x,y) que nos representan puntos en un eje coordenado (dos dimensiones).

El primer número se refiere siempre a un valor sobre el eje x y el segundo a un valor sobre el eje y, cada uno puede ser positivo o negativo y donde se intercepten las proyecciones de ambos valores será la ubicación del punto representado por las coordenadas.

(3,4)

Valor sobre el eje x (abscisa)

Valor sobre el eje y (ordenada)



…vectores y escalares.

El concepto de vector guarda estrecha relación con la idea geométrica de segmento de línea dirigida. *En términos generales, un vector es una cantidad que tiene dirección, sentido y también magnitud. Se representa con una flecha de longitud igual a su magnitud, que señala en la dirección apropiada.* Se dice que dos vectores A y B son iguales, A = B si tienen la misma longitud y dirección.

Otra definición que podemos emplear es que un vector es una representación gráfica, los vectores pueden representar diversos factores, como son fuerzas, aceleraciones, velocidades, desplazamientos, etc. Estas cantidades se representan gráficamente mediante flechas que señalan hacia la dirección apropiada, y de longitud proporcional a la magnitud de la cantidad que representan.

Las propiedades o características de los vectores son:

- Magnitud.- se refiere a la longitud o el tamaño del vector. Para encontrarla es necesario conocer el origen y el extremo de un vector, pues para saber cuál es la magnitud de un vector se debe medir desde su origen hasta el extremo. También se le llama módulo.
- Dirección.- Viene dada por la orientación en el espacio de la recta que lo contiene.
- Sentido.- Se indica por la punta de flecha situada en el extremo del vector, indicando hacia qué lado de la línea de acción se dirige el vector.
- Origen o punto de aplicación.- Es el punto exacto sobre el que actúa el vector.

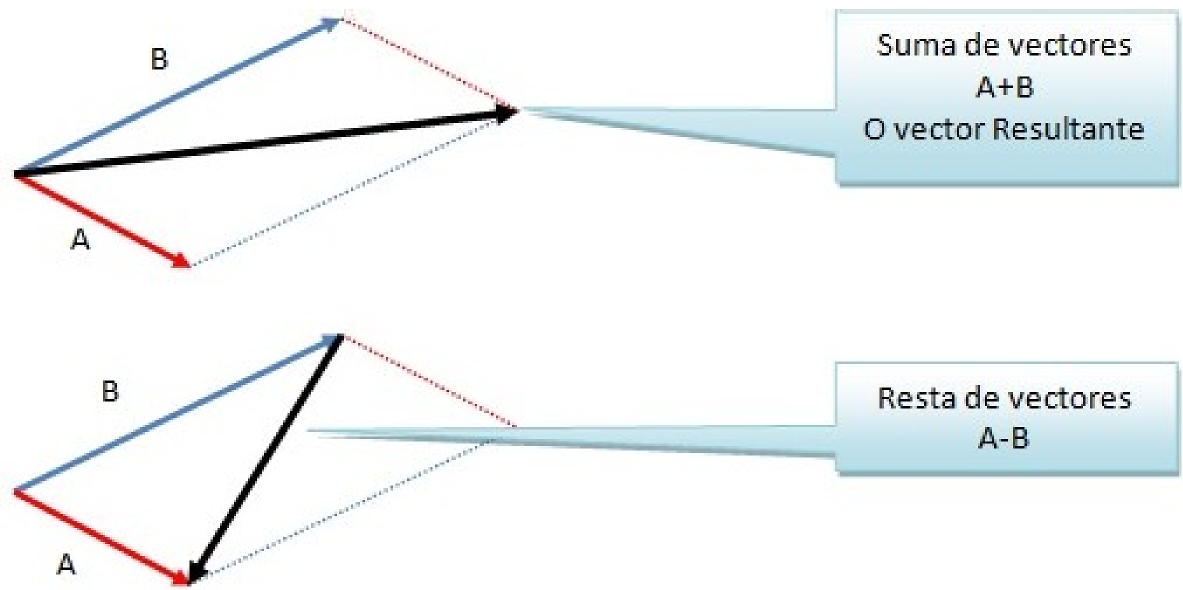
Suma y resta de vectores

La suma de dos vectores es otro vector que se determina de la siguiente forma:

Se sitúa el punto de aplicación de uno de ellos sobre el extremo del otro; el vector suma es el vector que tiene su origen en el origen del primero y su extremo en el extremo del segundo.

Por tanto, el vector suma de dos vectores coincide con una de las diagonales. A este vector también se le llama Resultante y se representa con la letra R.

La otra diagonal representa la resta de dichos vectores.

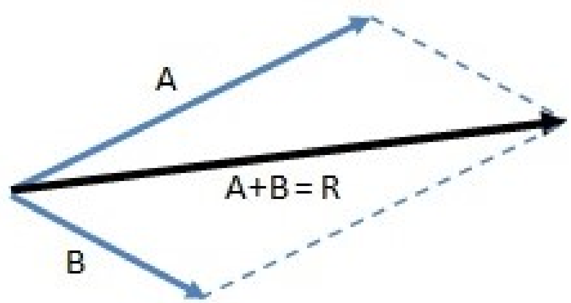


…suma y resta de vectores.

La suma de los vectores podemos realizarla de dos maneras diferentes, analítica y gráficamente.

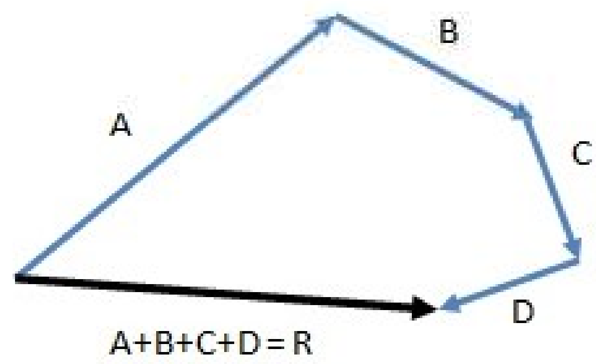
Procedimiento gráfico:

Para sumar dos vectores de manera gráfica utilizaremos el ***método del paralelogramo***, consistente en trasladar paralelamente los vectores hasta unirlos por el origen, y luego trazar un paralelogramo, del que obtendremos el resultado de la suma, como consecuencia de dibujar la diagonal de ese paralelogramo, como podemos ver en la figura anterior que expresa la suma de vectores



…suma y resta de vectores.

Otra manera de expresar la suma de manera gráfica es trasladar el segundo vector a sumar de tal manera que el origen de éste, coincida con el extremo del primer vector, y la suma la obtendremos dibujando un vector que vaya desde el origen del primer vector hasta el extremo del segundo, este es el ***método del polígono***, y se puede observar en la siguiente figura:



Hay que tener muy presente que vectores en la misma dirección se suman, pero vectores con sentidos opuestos se restan.

…suma y resta de vectores.

Método Algebraico:

Este método consiste en obtener las componentes "x", "y", "z" de los distintos vectores que forman el sistema en cuestión (cuando sea de sólo dos dimensiones, únicamente se obtienen componentes "x" y "y") y sumar por separado las componentes "x", "y", "z" obteniendo así las componentes del vector resultante.

Finalmente con las componentes del vector resultante se obtendrá la magnitud de dicho vector.

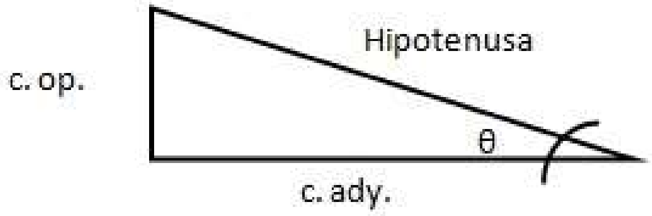
Cualquier vector puede ser considerado como la suma de tres vectores, cada uno de ellos en la dirección de uno de los ejes coordenados (componentes)

Las componentes las podemos encontrar utilizando las funciones trigonométricas:

$$sen\,\theta = \frac{Cateto\ opuesto}{Hipotenusa}$$

$$cos\,\theta = \frac{Cateto\ adyacente}{Hipotenusa}$$

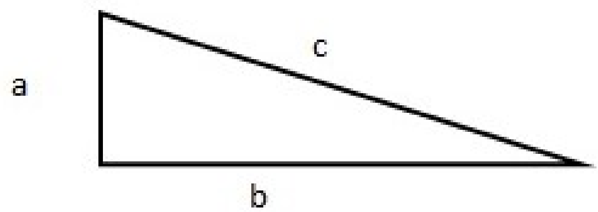
…suma y resta de vectores.



El vector resultante lo podemos encontrar gracias al teorema de Pitágoras:

El cuadrado de la Hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

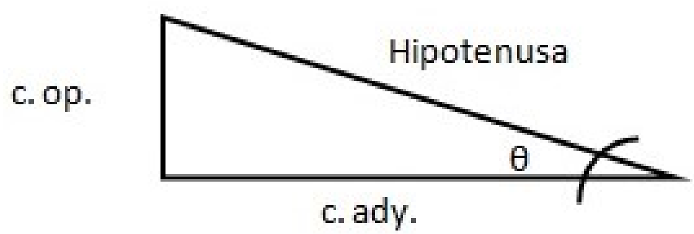
$$c^2 = a^2 + b^2$$



…suma y resta de vectores.

El ángulo de inclinación del vector resultante puede ser encontrado mediante la función tangente:

$$tan\theta = \frac{Cateto\ opuesto}{Cateto\ adyacente}$$

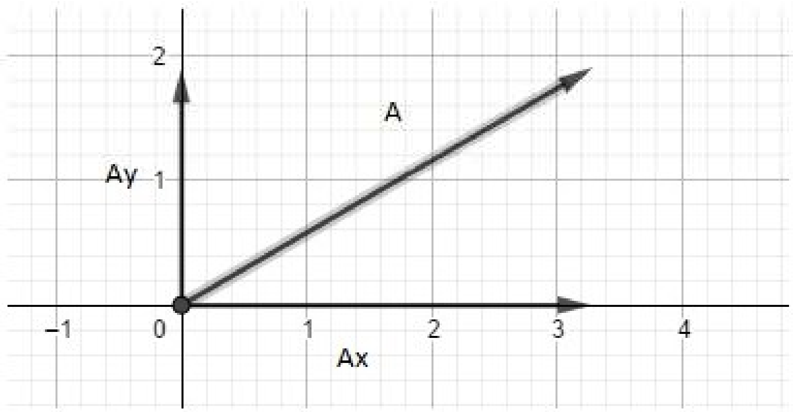


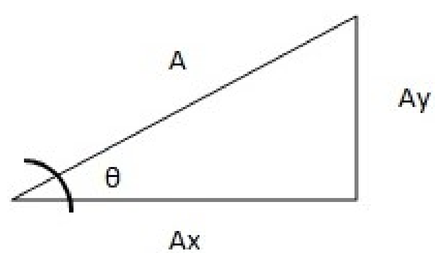
Ejemplo 1

Dos fuerzas, una de 3.8 N a 30° y otra de 6 N a 75° se aplican sobre un cuerpo, encontrar su resultante.

Iniciaremos por nombrar arbitrariamente cada una de las fuerzas. La fuerza de 3.8 N será la fuerza A, y la fuerza de 6 N será la fuerza B.

Descomponiendo la fuerza A en sus dos componentes en “x” y “y”





…ejemplo 1

A= Hipotenusa = 3.8 N

Ay = cateto opuesto

Ax = cateto adyacente

Θ = 30°

Entonces:

$$sen\ 30 = \frac{Ay}{A} = \frac{Ay}{3.8}$$

$$Ay = 3.8(sen30)$$

$$Ay = 1.9$$

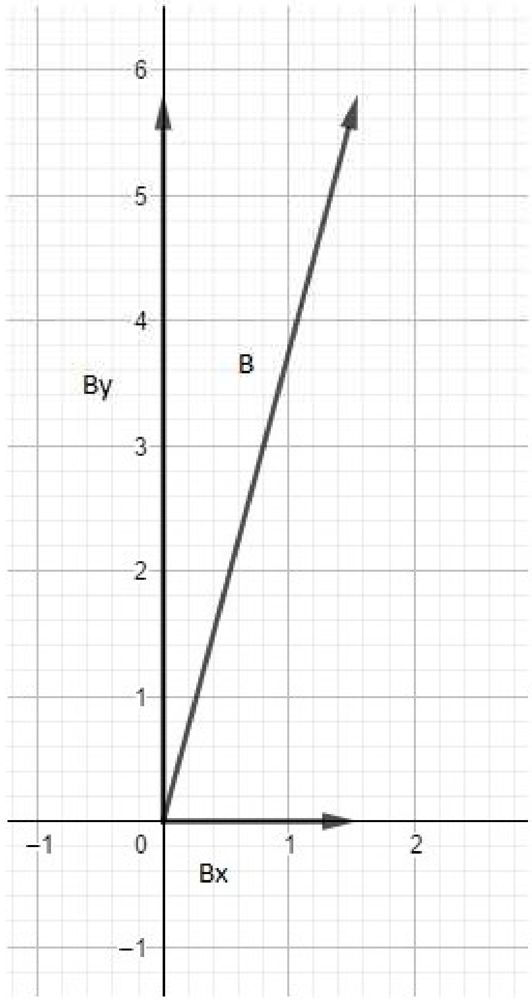
$$cos30 = \frac{Ax}{A} = \frac{Ax}{3.8}$$

$$Ax = 3.8(cos30)$$

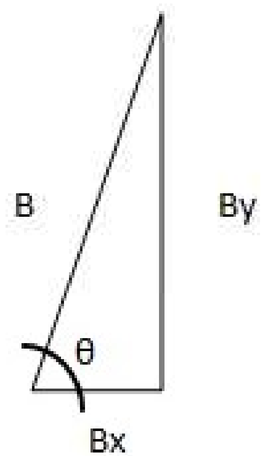
$$Ax = 3.2908$$

…ejemplo 1

Descomponiendo la fuerza B en sus dos componentes en "x" y "y"



…ejemplo 1



A= Hipotenusa = 6 N

By = cateto opuesto

Bx = cateto adyacente

Θ = 75°

…ejemplo 1

Entonces:

$$sen\ 75 = \frac{By}{B} = \frac{By}{6}$$

$$By = 6(sen75)$$

$$By = 5.7955$$

$$cos75 = \frac{Bx}{B} = \frac{Bx}{6}$$

$$Bx = 6(cos75)$$

$$Bx = 1.5529$$

…ejemplo 1

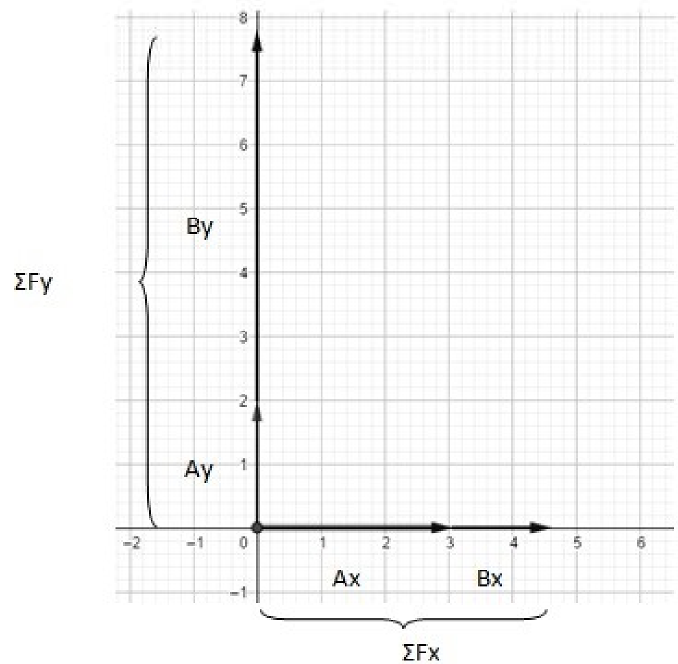
Una vez descompuestas todas las fuerzas, se realiza una suma de fuerzas en cada uno de los ejes coordenados:

$$\sum F_x = A_x + B_x + C_x + D_x \dots$$

$$\sum F_y = A_y + B_y + C_y + D_y \dots$$

Para formulario

Esto, físicamente es algo como lo que se muestra en la gráfica:



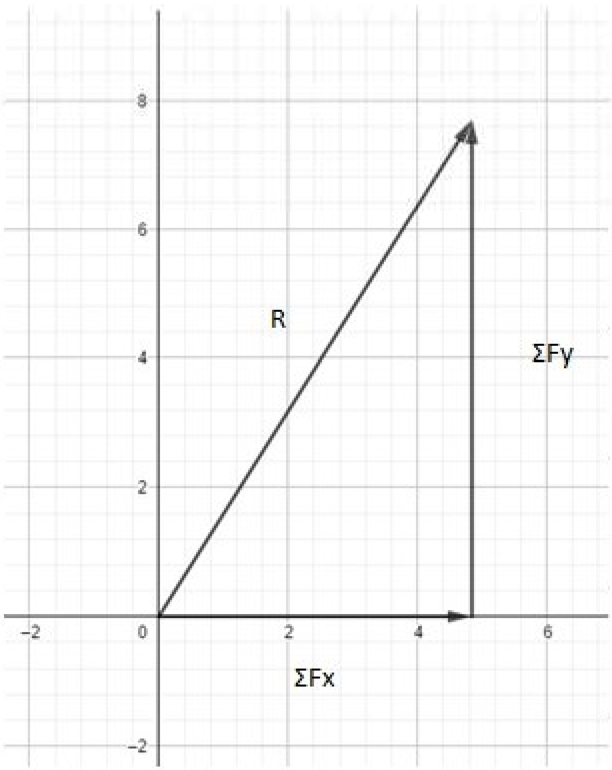
Mtra. Ma. De los Ángeles Martínez Cosío

…ejemplo 1

Entonces tendremos:

$$\sum F_x = 3.2908 + 1.5529 = 4.8437$$

$$\sum F_y = 1.9 + 5.7955 = 7.6955$$



…ejemplo 1

Entonces la resultante se obtiene utilizando la fórmula siguiente:

$$R = \sqrt{\sum Fx^2 + \sum Fy^2}$$

Para formulario

$$R = \sqrt{(4.8437)^2 + (7.6955)^2} = 9.0930$$

$$R = 9.0930\ N$$

…ejemplo 1

Para obtener el ángulo de inclinación de la resultante, se debe usar la función tangente:

$$tan\theta = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$$

$$tan\theta = \frac{\sum Fy}{\sum Fx}$$

Para formulario

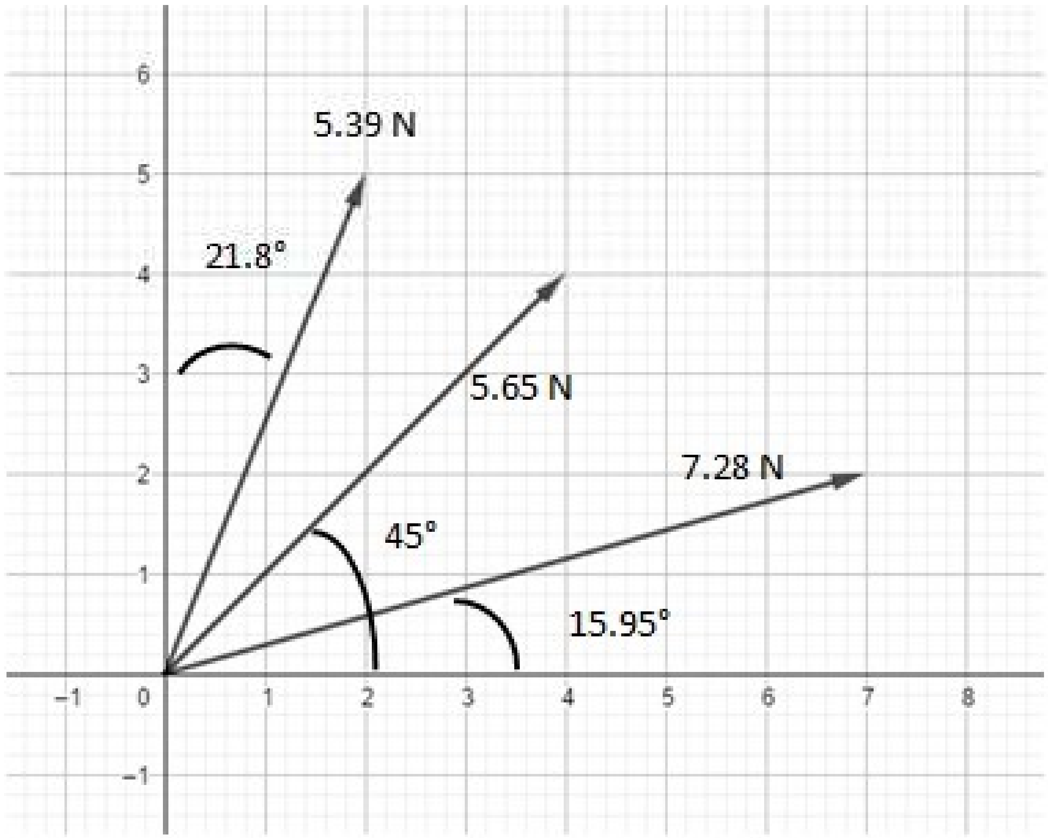
Por tanto:

$$tan\theta = \frac{7.6955}{4.8437} = 1.5888$$

$$\theta = arc\tan 1.5888 = 57.8129°$$

Ejemplo 2

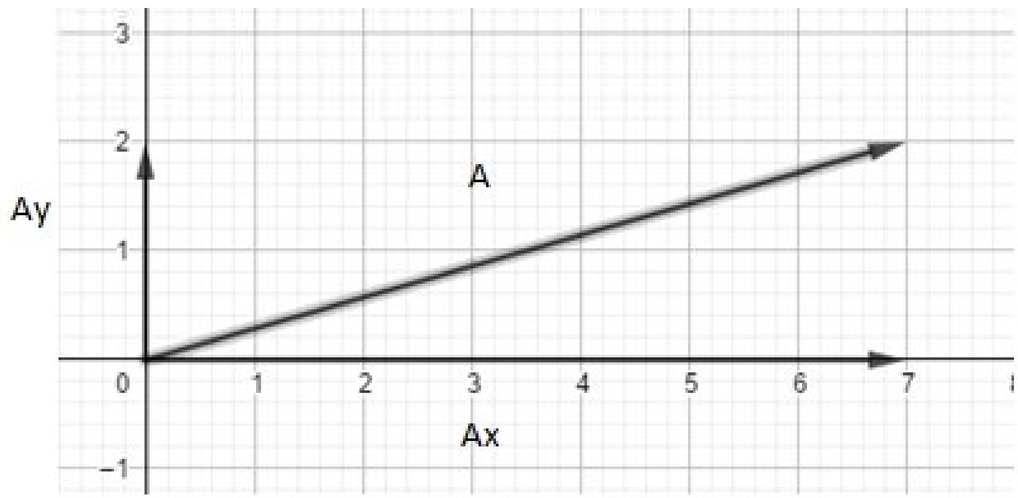
Encontrar la resultante de las dos fuerzas que aparecen en la figura:



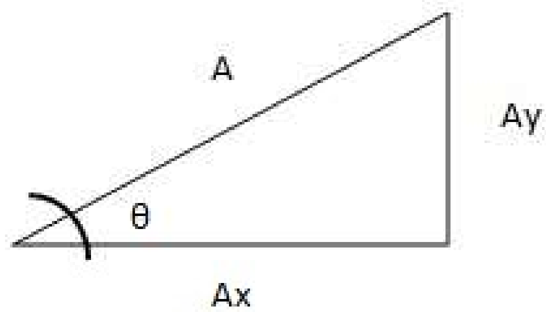
…ejemplo 2

Iniciaremos por nombrar arbitrariamente cada una de las fuerzas. La fuerza de 7.28 N será la fuerza A, la fuerza de 5.65 N será la fuerza B y la fuerza de 5.39 N será la fuerza C

Descomponiendo la fuerza A en sus dos componentes en "x" y "y"



…ejemplo 2



A= Hipotenusa = 7.28 N

Ay = cateto opuesto

Ax = cateto adyacente

Θ = 15.95°

…ejemplo 2

Entonces:

$$sen\ 15.95 = \frac{Ay}{A} = \frac{Ay}{7.28}$$

$$Ay = 7.28(sen15.95)$$

$$Ay = 2$$

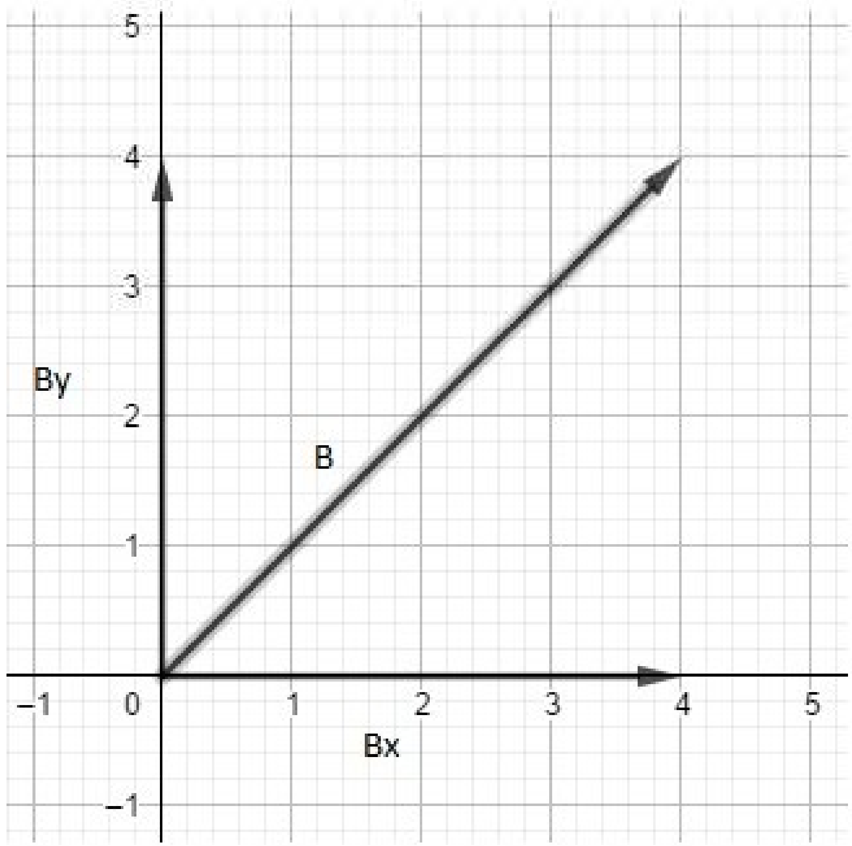
$$cos15.95 = \frac{Ax}{A} = \frac{Ax}{7.28}$$

$$Ax = 7.28(cos15.95)$$

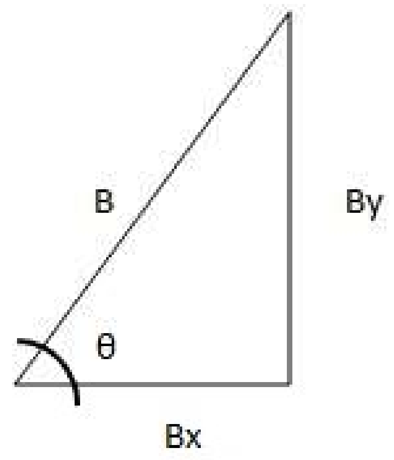
$$Ax = 7$$

…ejemplo 2

Descomponiendo la fuerza B en sus dos componentes en “x” y “y”



…ejemplo 2



A= Hipotenusa = 5.65 N

By = cateto opuesto

Bx = cateto adyacente

Θ = 45°

…ejemplo 2

Entonces:

$$sen\,45 = \frac{By}{B} = \frac{By}{5.65}$$

$$By = 5.65(sen45)$$

$$By = 3.9952$$

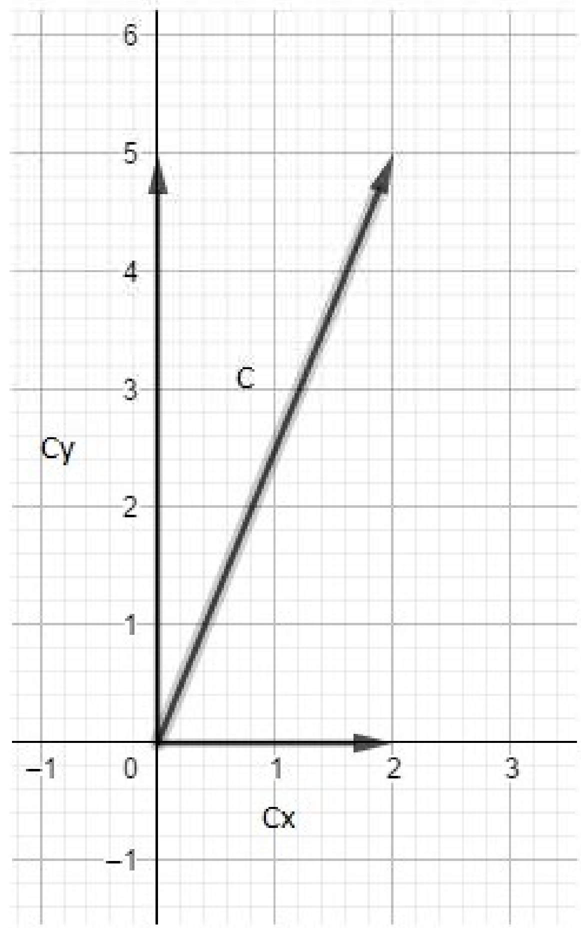
$$cos45 = \frac{Bx}{B} = \frac{Bx}{5.65}$$

$$Bx = 5.65(cos45)$$

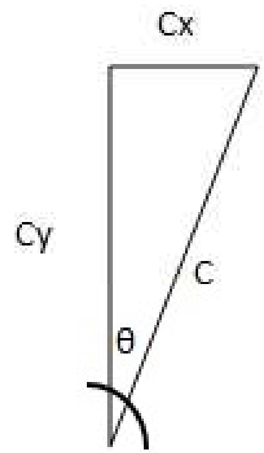
$$Bx = 3.9952$$

…ejemplo 2

Descomponiendo la fuerza C en sus dos componentes en “x” y “y”



…ejemplo 2



A= Hipotenusa = 5.39 N

Cy = cateto adyacente

Cx = cateto opuesto

Θ = 21.8°

…ejemplo 2

Entonces:

$$sen\ 21.8 = \frac{Cx}{C} = \frac{Cx}{5.39}$$

$$Cx = 5.39(sen21.8)$$

$$Cx = 2$$

$$cos21.8 = \frac{Cy}{C} = \frac{Cy}{5.39}$$

$$Cy = 5.39(cos21.8)$$

$$Cy = 5$$

…ejemplo 2

Una vez descompuestas todas las fuerzas, se realiza una suma de fuerzas en cada uno de los ejes coordenados:

$$\sum F_x = A_x + B_x + C_x$$

$$\sum F_x = 7 + 3.9952 + 2 = 12.9952$$

$$\sum F_y = A_y + B_y + C_y$$

$$\sum F_y = 2 + 3.9952 + 5 = 10.9952$$

…ejemplo 2

Entonces la resultante se obtiene utilizando la fórmula siguiente:

$$R = \sqrt{(12.9952)^2 + (10.9952)^2} = 17.0226$$

$$R = 17.0226\ N$$

Obteniendo en ángulo de inclinación de la resultante:

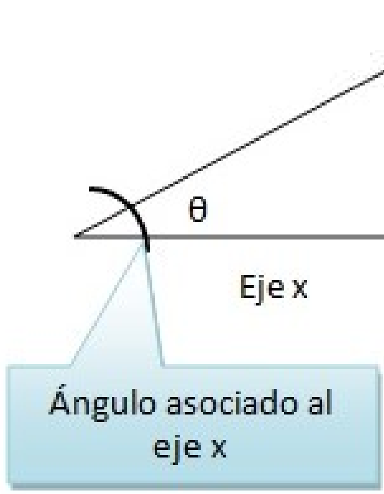
$$tan\theta = \frac{10.9952}{12.9952} = 0.8461$$

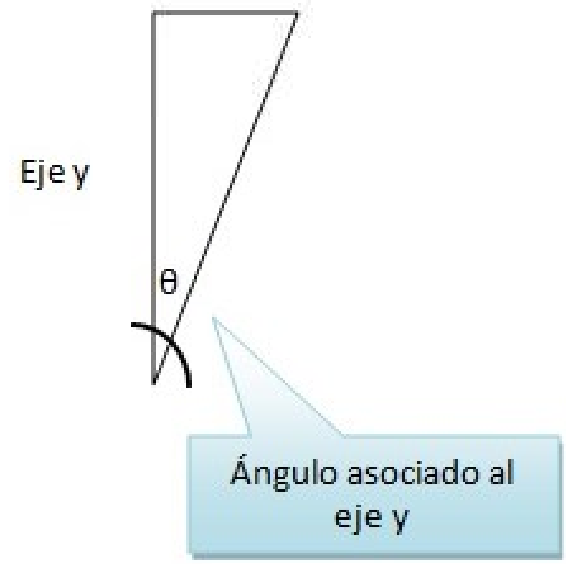
$$\theta = arc\tan 0.8461 = 40.2345°$$

Nota

Una regla para descomponer los vectores de forma rápida es:

1. Identificar con que eje está relacionado o asociado el ángulo





…nota

2. La función coseno del ángulo θ será para la componente a la que esté asociado el ángulo, es decir:

Ángulo asociado con el eje x	**Ángulo asociado con el eje y**
Ax = A (Cos θ)	Ay = A (Cos θ)
Ay = A (Sen θ)	Ax = A (Sen θ)